

Mechanika a kontinuum NAFY001

Jaroslav Kohout – katedra fyziky nízkých teplot

Tel: 221 912 771

jaroslav.kohout@mff.cuni.cz

<http://www.kfnt.mff.cuni.cz>

→ výuka → [Mechanika a kontinuum NAFY001](#)

Doporučená literatura:

- J. Kvasnica, „Mechanika“, (Academia, Praha 1988).
- R.P. Feynman, “Feynmanovy přednášky z fyziky 1” (Fragment, Praha, 2000).
- I.G.Main: Kmity a vlny ve fyzice, Academia, Praha 1990
- F. Chmelík: Fyzika I – mechanika, skripta
<http://material.karlov.mff.cuni.cz/people/hajek/skripta/skripta.pdf>

Mechanika a kontinuum

zkouška:

- nutnou podmínkou připuštění k ústní zkoušce je získání zápočtu ze cvičení
- tj. úspěšné absolvování 2 písemných testů
 - alespoň 21 bodů v součtu z obou testů
 - za každý test lze získat maximálně 20 bodů
 - známkování: 20-16 bodů = **1**, 15-11 bodů = **2**, 10-5 bodů = **3**

- celková známka ze zkoušky:

$$z = \frac{1}{3} \left(\frac{z_{p1} + z_{p2}}{2} \right) + \frac{2}{3} z_u$$

z_{p1}, z_{p2} – známky z písemných testů

z_u – známka z ústní zkoušky

Fyzika

- věda o přírodě (fysis je řecky příroda)
- fyzika studuje obecné vlastnosti látek a polí na základě pozorování a pokusů
- fyzika formuluje obecné zákonitosti

- základním kritériem ve fyzice je **experiment (pozorování)**

- obory fyziky:

- mechanika: (mechané = stroj) studium těles a jejich vzájemného působení
- termodynamika: studium jevů způsobených chaotickým pohybem atomů
- elektřina a magnetismus, optika: studium elektromagnetického pole a jeho interakce s hmotou
- jaderná fyzika: studium jevů v atomovém jádru

Vymezení fyziky a chemie:

- Fyzika studuje především zákony vzájemného působení částic a polí.
- Předmětem chemie jsou zákonitosti slučování atomů v molekuly (nebo rozklad molekul) a studium vlastností prvků, molekul a jejich sloučenin.
- V moderní chemii se aplikuje fyzika atomů (kvantová mechanika) na molekuly a sloučeniny.

Fyzika

- Nositelem všech fyzikálních jevů je hmota (materie), kterou rozumíme objektivní realitu nezávislou na našem vědomí.
- **fyzikální veličiny:** míra fyzikálních vlastností (tj. určité vlastnosti jevu, tělesa nebo látky)
- fyzikální veličiny lze měřit, tj. stanovit jejich velikost v daných jednotkách

$$X = x [X]$$

Diagram illustrating the equation $X = x [X]$ with labels and arrows:

- X is labeled as **veličina** (quantity).
- x is labeled as **kvantita veličiny (číslo)** (quantity of quantity (number)).
- $[X]$ is labeled as **jednotky (kvalita)** (units (quality)).

- **fyzikální zákony:** obecné zákonitosti mezi fyzikálními veličinami, které jsou definovány ve vztahu k materiálním objektům
- **extenzivní fyzikální veličiny:**
 - závisí na množství: celková hodnota pro systém je součet hodnot pro jeho jednotlivé části (délka, plocha, objem, čas, hmotnost, energie, látkové množství)
- **intenzivní fyzikální veličiny:**
 - nezávisí na množství: části budou mít stejnou hodnotu jako celý systém (hustota, teplota, tlak, koncentrace)

Základní jednotky SI

jednotka	zkratka jednotky	veličina	označení veličiny
metr	m	délka	l, a, \dots
kilogram	kg	hmotnost	m
sekunda	s	čas	t
ampér	A	elektrický proud	I
kelvin	K	termodynamická teplota	$T (\Theta)$
mol	mol	látkové množství	n
kandela	cd	svítivost	I

Pozn.

Teplota - stupně Celsia ($^{\circ}\text{C}$), označení veličiny - ϑ

Přepočet: 0K (teplota absolutní nuly) = $-273,15^{\circ}\text{C}$

Pro běžné výpočty teploty se používají jednotky stupně Celsia, označení veličiny ϑ , termodynamická teplota (T) se používá například pro sálání.

Sekunda je podle soustavy SI definována jako doba trvání 9 192 631 770 period záření, které odpovídá přechodu mezi dvěma hladinami velmi jemné struktury základního stavu atomu ^{133}Cs .

Metr je vzdálenost, kterou urazí světlo ve vakuu za dobu $1/299\,792\,458$ sekundy.

Kilogram je definován pomocí metru a sekundy zafixováním hodnoty Planckovy konstanty na přesné hodnotě $6,62607015 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Předpony soustavy SI [1]

10^n	Předpona	Značka	Název	Násobek	Původ	Příklad
10^{24}	yotta	Y	kvadrilion	1 000 000 000 000 000 000 000 000	řec. ὀκτώ – „osm“	
10^{21}	zetta	Z	triliarda	1 000 000 000 000 000 000 000	fr. sept – „sedm“	
10^{18}	exa	E	trilion	1 000 000 000 000 000 000	řec. ἕξ – „šest“	EB - exabajt
10^{15}	peta	P	biliarda	1 000 000 000 000 000	řec. πέντε – „pět“	PJ – petajoule
10^{12}	tera	T	bilion	1 000 000 000 000	řec. τέρας – „netvor“	TW – terawatt
10^9	giga	G	miliarda	1 000 000 000	řec. γίγας – „obrovský“	GHz – gigahertz
10^6	mega	M	milion	1 000 000	řec. μέγας – „velký“	MeV – megaelektronvolt
10^3	kilo	k	tisíc	1 000	řec. χίλιοι – „tisíc“	km – kilometr
10^2	hekto	h	sto	100	řec. ἑκατόν – „sto“	hPa – hektopascal
10^1	deka	da	deset	10	řec. δέκα – „deset“	dag – dekagram
10^0	-	-	jedna	1		m – metr
10^{-1}	deci	d	desetina	0,1	lat. decimus – „desátý“	dB – decibel
10^{-2}	centi	c	setina	0,01	lat. centum – „sto“	cm – centimetr
10^{-3}	mili	m	tisícina	0,001	lat. mille – „tisíc“	mm – milimetr
10^{-6}	mikro	μ	miliontin	0,000 001	řec. μικρός – „malý“	μA – mikroampér
10^{-9}	nano	n	miliardtina	0,000 000 001	řec. νανος – „trpaslík“	nT – nanotesla
10^{-12}	piko	p	biliontina	0,000 000 000 001	it. piccolo – „malý“	pF – pikofarad
10^{-15}	femto	f	biliardtina	0,000 000 000 000 001	dán. femten – „patnáct“	fm – femtometr
10^{-18}	atto	a	triliontina	0,000 000 000 000 000 001	dán. atten – „osmnáct“	as – attosekunda
10^{-21}	zepto	z	triliardtina	0,000 000 000 000 000 000 001	fr. sept – „sedm“	
10^{-24}	yokto	y	kvadriliontina	0,000 000 000 000 000 000 000 001	řec. ὀκτώ – „osm“	

Fyzika

- fyzikální veličiny: míry fyzikálních vlastností: $X = x [X]$
- fyzikální zákony: vztahy mezi fyzikálními veličinami
- fyzikální zákon platí tak dlouho dokud je v souladu s experimentem
- **Ockhamova břitva (princip logické úspornosti)**
- Willian Ockham 1287 - 1347



Pluralitas non est ponenda sine necessitate. (Množství se nemá dokládat, není-li to nezbytné)

Pokud nějaká část teorie není pro dosažení výsledků nezbytná, do teorie nepatří.

Dico ergo ad qōnem q̄
qz pluralitas
non est ponenda sine necessitate ⁊ non
ē necessitas quare debeat poni t̄pus dī
secretum mensurās motum angeli. naz

Pohyb, prostor a čas v klasické mechanice

V přírodě, která nás obklopuje, pozorujeme neustálý pohyb, tj. přemísťování těles nebo jejich částí. Tento pohyb nazýváme pohybem mechanickým, a obor fyziky, který ho popisuje, pak **mechanikou**.

- **kinematika:** jak se tělesa pohybují (kiné = pohyb)
- **dynamika:** proč se tělesa pohybují (dynamis = síla)
- **prostor:** trojrozměrné kontinuum, prostor není přítomností těles ovlivněn, všechna jeho místa jsou rovnocenná (homogenita prostoru) a všechny směry v něm jsou rovnocenné (izotropie prostoru)
- **čas:** jednorozměrné kontinuum, vyjadřuje posloupnost pohybových dějů a jejich trvání, čas se v klasické mechanice jeví jako samostatný, nezávislý na pohybujících se tělesech a všude stejně plynoucí.
- **tělesa:** se nachází v prostoru a čase a nijak je neovlivňují (Newtonovská klasická fyzika)

Limity platnosti klasické mechaniky:

- přítomnost velkých gravitačních sil (obecná teorie relativity)
- rychlosti těles se blíží rychlosti světla (speciální teorie relativity)
- pohybové děje na úrovni mikrosvěta, kdy se začíná projevovat kvantová povaha hmoty (kvantová mechanika).

Tabulka časů

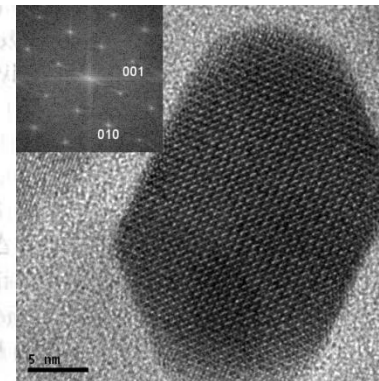
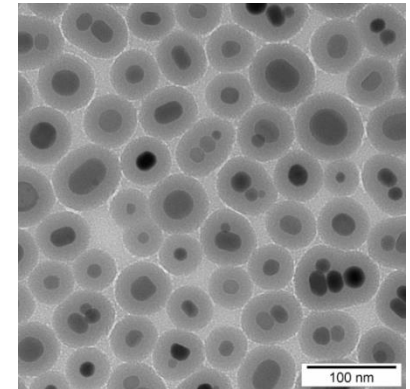
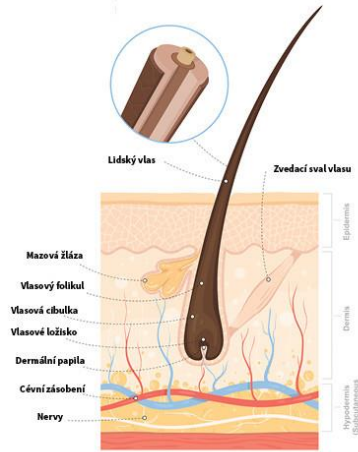
Roky	Sekundy		Střední doba života
		????????????????	
10^9	10^{18}	Stáří vesmíru	^{238}U
	10^{15}	Stáří Země	
10^6	10^{12}	První člověk	^{226}Ra
10^3	10^9	Stáří pyramid	^3H
	10^9	Stáří Spojených států	
	10^9	Stáří člověka	
1	10^6	Jeden den	
	10^3	Světlo projde od Slunce k Zemi	neutron
	1	Jeden úder srdce	
	10^{-3}	Perioda zvukové vlny	
	10^{-6}	Perioda rádiové vlny	mion π^\pm mezon
	10^{-9}	Světlo urazí 25 cm	
	10^{-12}	Perioda rotace molekul	
	10^{-15}	Perioda atomových kmitů	π^0 mezon
	10^{-18}	Světlo projde atomem	
	10^{-21}		
	10^{-24}	Perioda jaderných kmitů	
	10^{-24}	Světlo projde jádrem	podivné částice
		????????????????	

Tabulka vzdáleností

Světlené roky	Metry	
		????????????????
	10^{27}	Hranice vesmíru
10^9	10^{24}	
10^6	10^{21}	K nejbližší sousední galaxii
	10^{18}	Ke středu naší galaxie
10^3	10^{15}	K nejbližší hvězdě
1	10^{12}	Poloměr dráhy Pluta
	10^9	Ke Slunci
	10^6	K Měsíci
	10^3	Výška družice
	1	Výška televizní věže
	10^{-3}	Výška dítěte
	10^{-6}	Zrnko soli
	10^{-9}	Virus
	10^{-12}	Poloměr atomu
	10^{-15}	Poloměr jádra
		????????????????

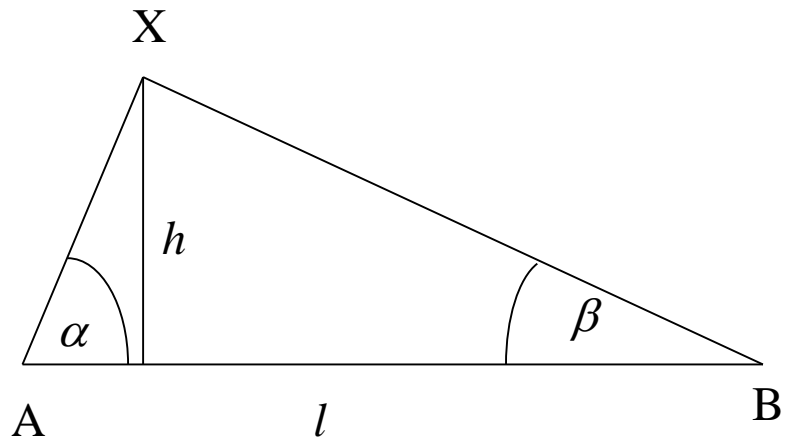


ANATOMIE VLASU



Měření vzdáleností - triangulace

- **triangulace**



- obecně:

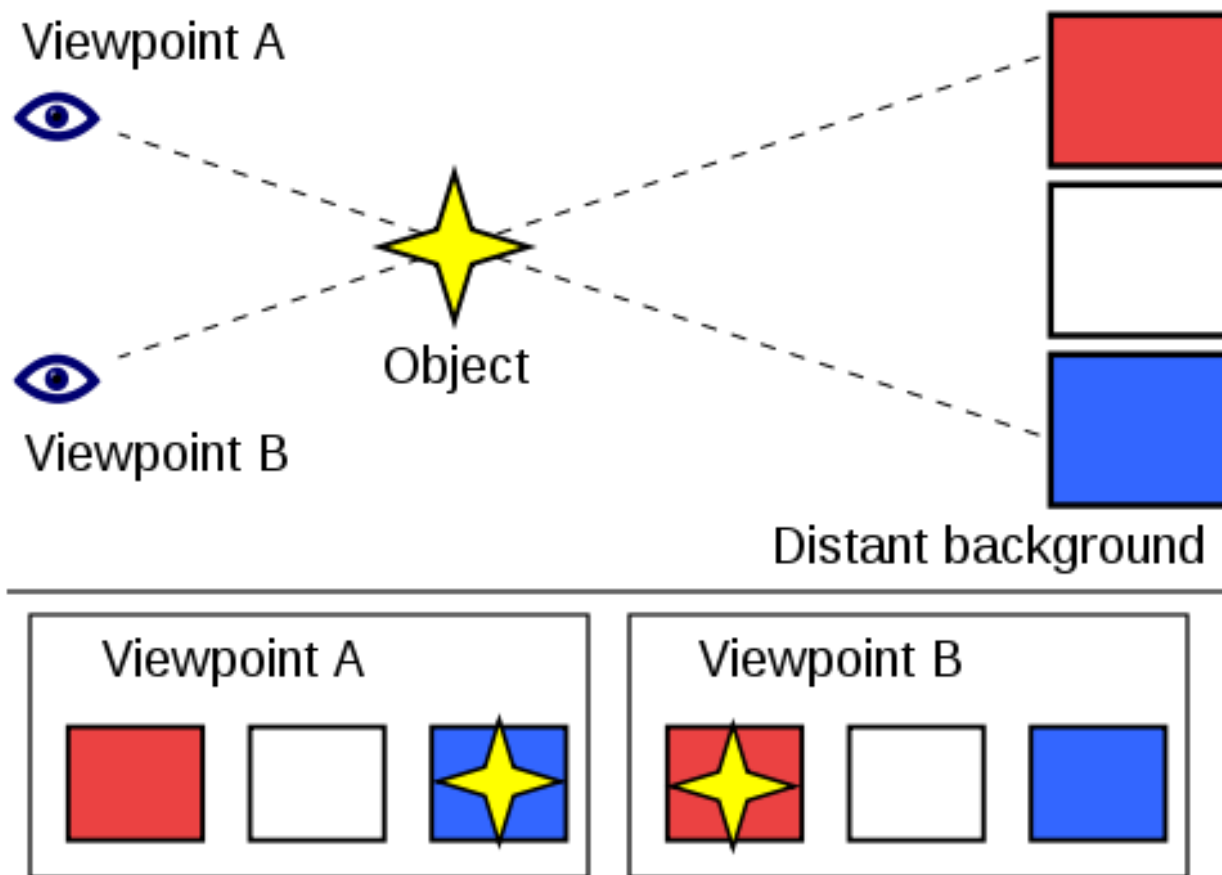
$$h = l \frac{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}$$

- rovnoramenný trojúhelník ($\alpha = \beta$):

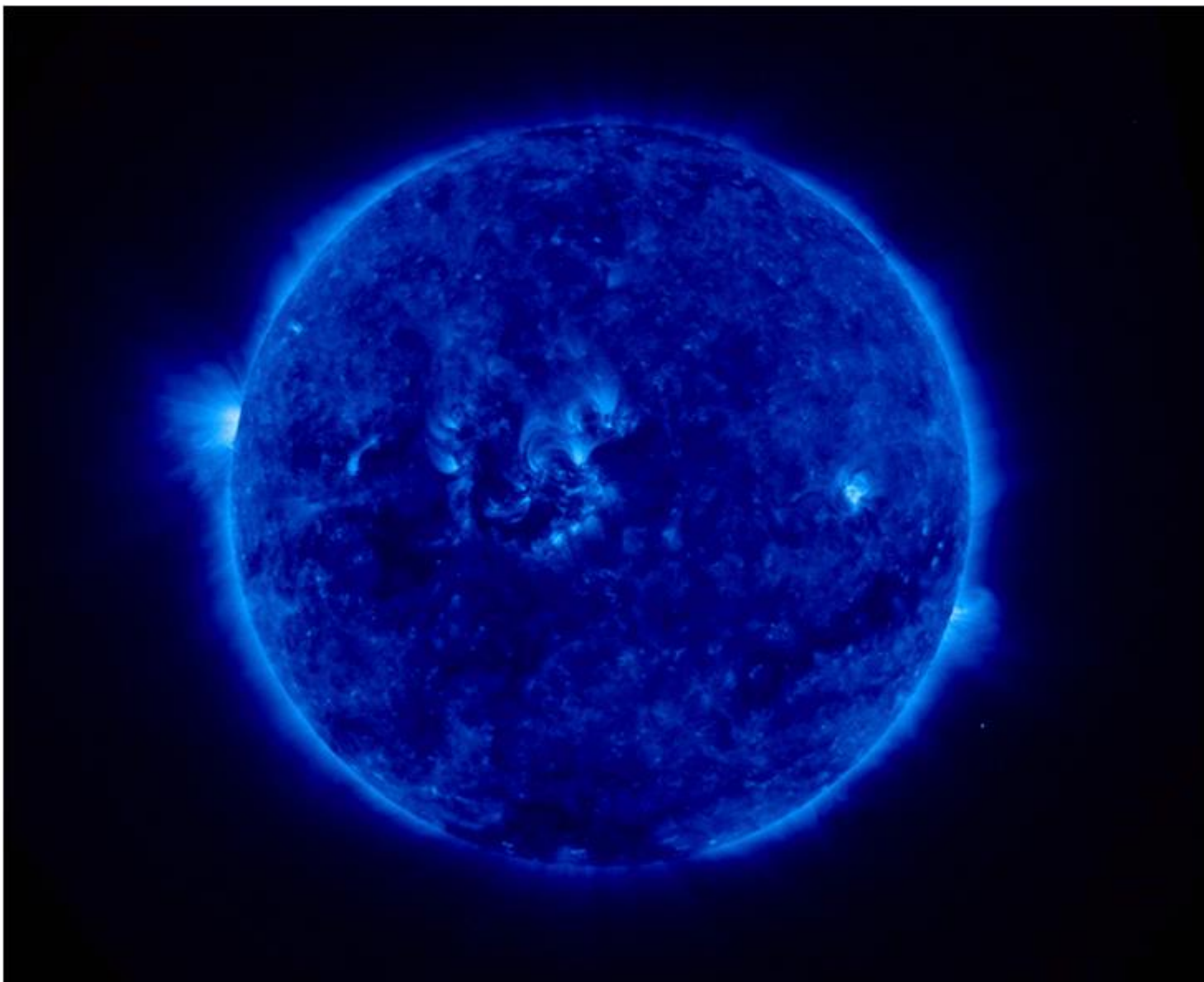
$$h = \frac{l}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

Měření vzdáleností - triangulace

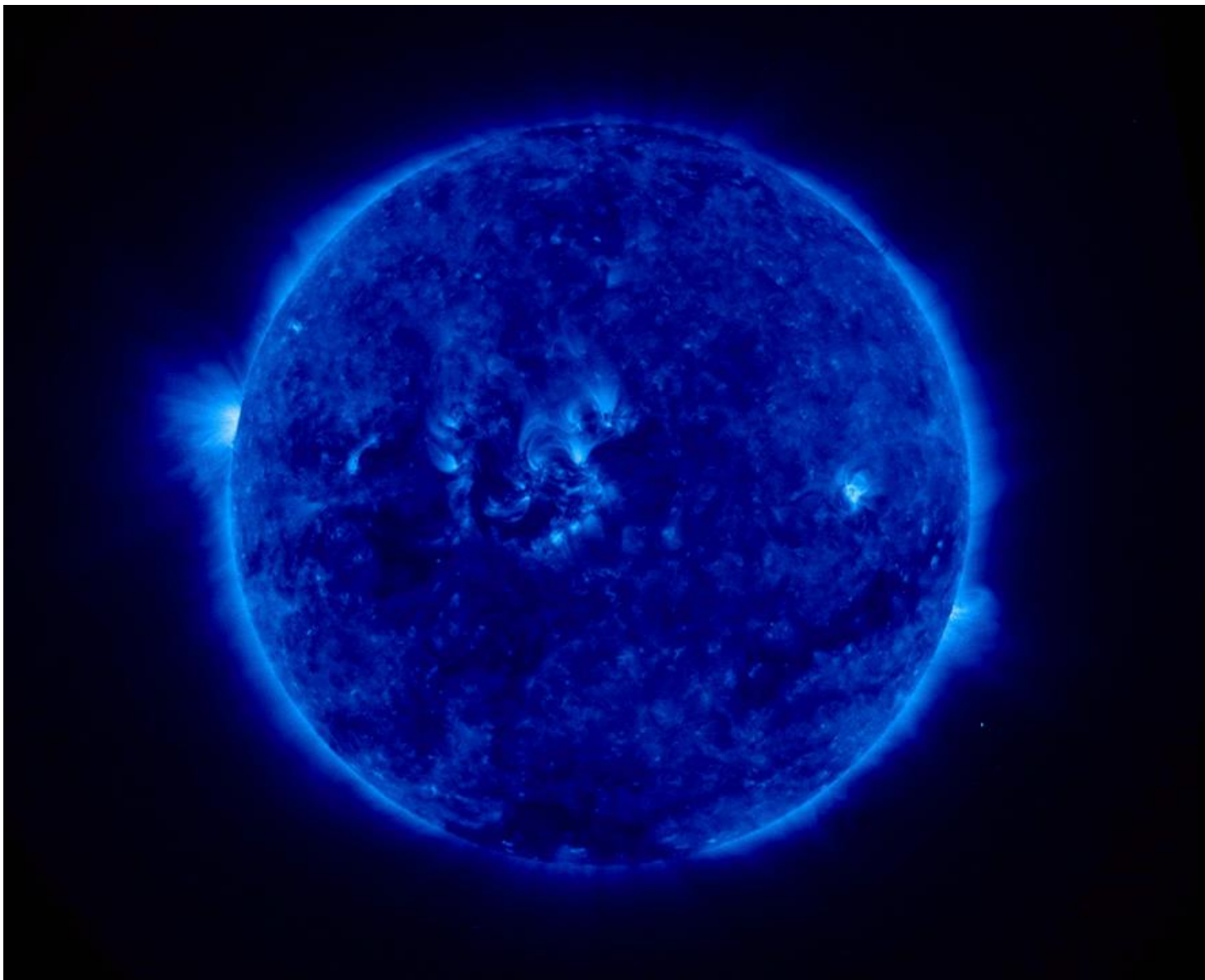
- paralaxa



Měření vzdáleností - triangulace

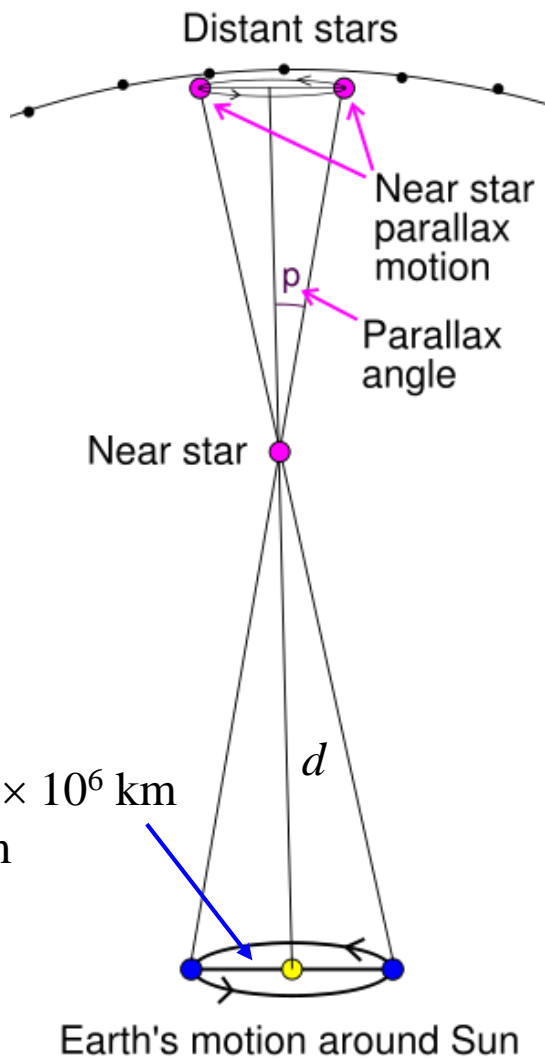


Měření vzdáleností - triangulace



Měření vzdáleností - triangulace

• paralaxa



$$1 \text{ AU} = 150 \times 10^6 \text{ km} \\ = 1.5 \times 10^8 \text{ m}$$

úhlové jednotky:

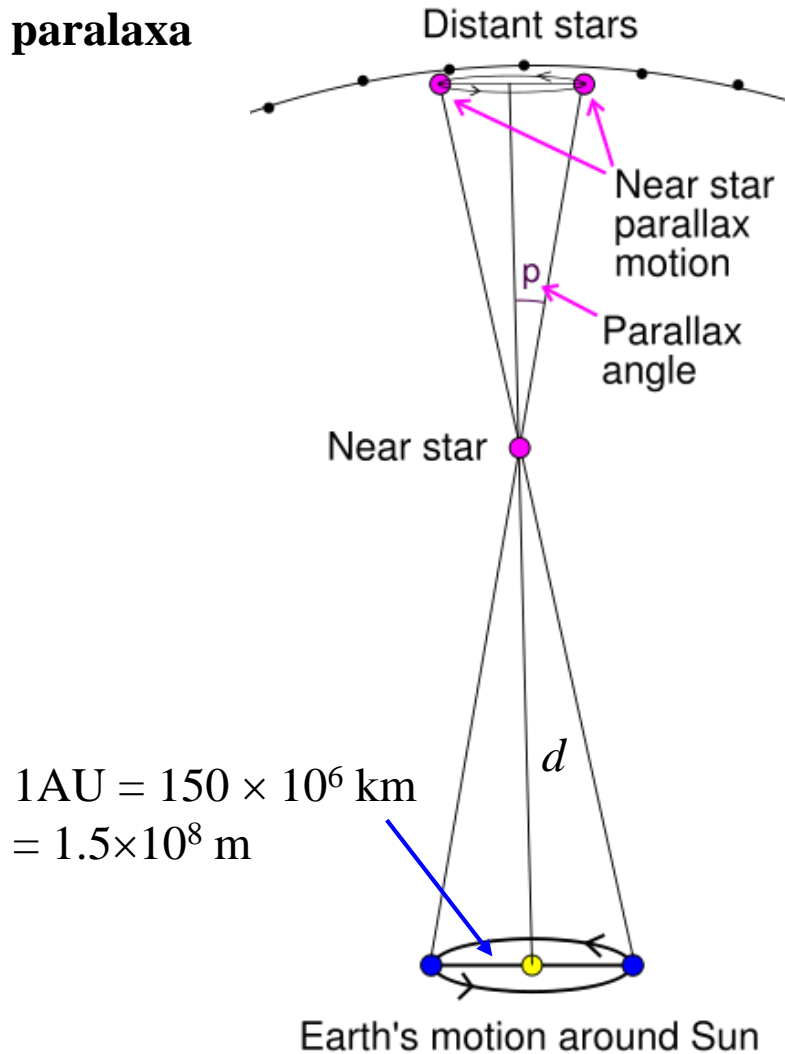
název	symbol	hodnota	v radiánech
1 stupeň	[°], [deg.]	1/360 kruhu	0.017453 rad
1 minuta	[′], [arcmin]	1/60 stupně	0.29089 mrad
1 vteřina	[″], [arcsec]	1/60 minuty	4.8481 μrad

$$d = \frac{2 \text{ AU}}{2} \cotg p = \frac{1 \text{ AU}}{\tg p} \approx \frac{1 \text{ AU}}{p}$$

$$\tg p = p + p^3/3 + \dots \sim p$$

Měření vzdáleností - triangulace

- **paralaxa**



p [arcsec] – roční paralaxa hvězdy

1 parsec (pc) = taková vzdálenost, že $p = 1$ arcsec

1 pc = 3.26 sv. rok

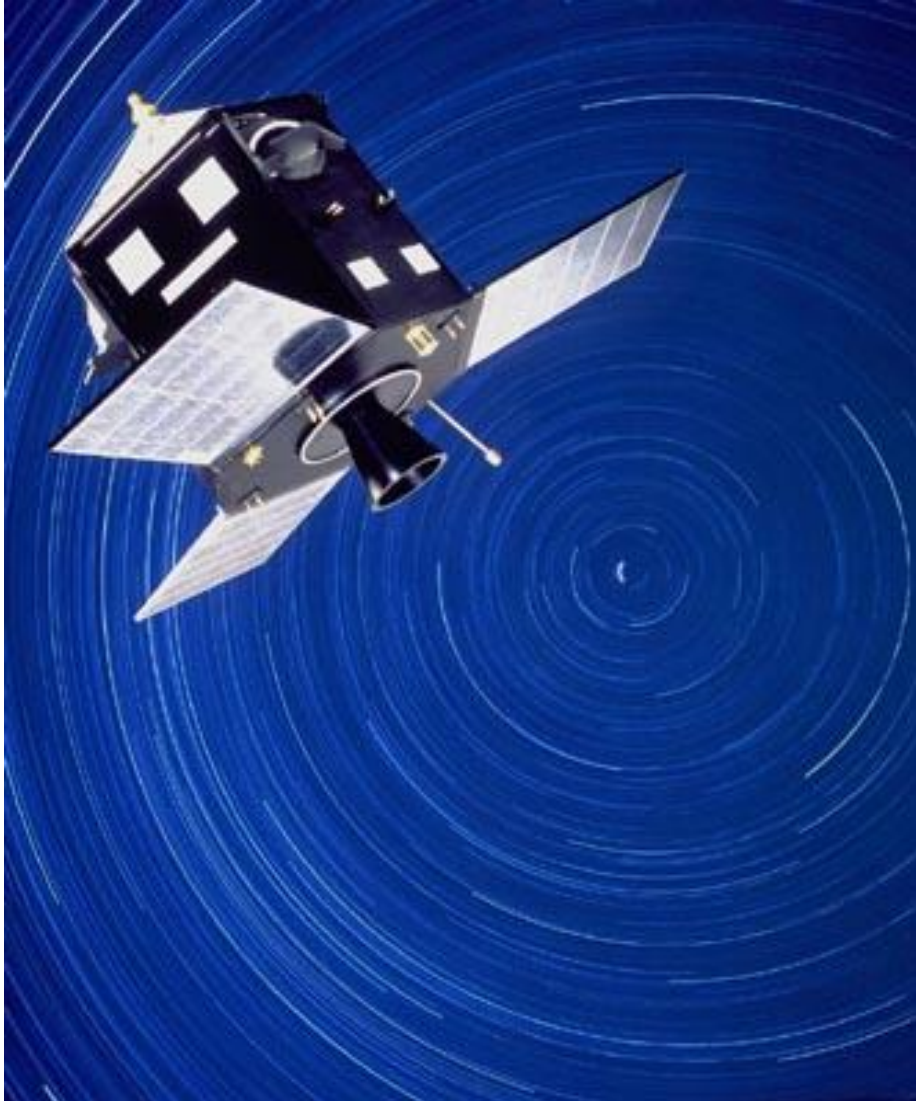
1 sv. rok = 9.46073×10^{15} m = 9.46073 Pm

$$d[\text{pc}] = \frac{1}{p[\text{arc sec}]}$$

Proxima Centauri (nejbližší hvězda)

$d = 1.30$ pc = 4.24 sv. rok

Měření vzdáleností - triangulace



p [arcsec] – roční paralaxa hvězdy

1 parsec (pc) = taková vzdálenost, že $p = 1$ arcsec

1 pc = 3.26 sv. rok

1 sv. rok = $9.46073 \cdot 10^{15}$ m = 9.46073 Pm

$$d[\text{pc}] = \frac{1}{p[\text{arc sec}]}$$

Proxima Centauri (nejbližší hvězda)

$d = 1.30$ pc = 4.24 sv. rok

satelit Hipparcos (ESA)

měření p až do 0.002 arcsec

maximální vzdálenost $d = 500$ pc (≈ 1600 sv. rok)

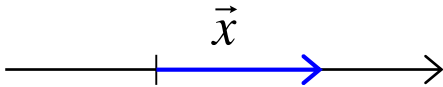
Fyzikální veličiny

Míry fyzikálních vlastností: $X = x [X]$

- **skalární** : velikost (hmotnost, délka, teplota, energie)
- **vektorové**: velikost + směr (poloha, rychlost, zrychlení, síla, hybnost)

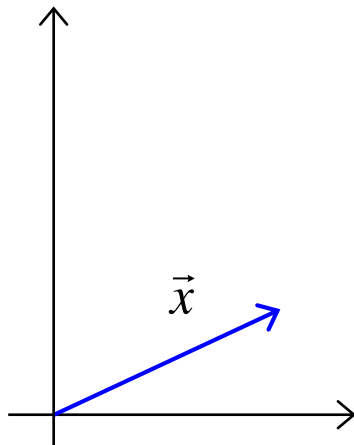
1 D

- skalár: x
- vektor: $\pm x$



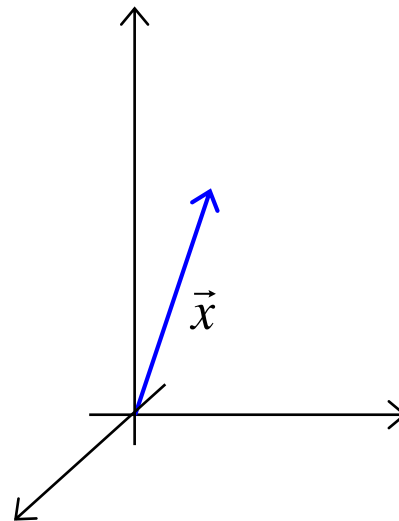
2 D

- skalár: x
- vektor: (x,y)



3 D

- skalár: x
- vektor: (x,y,z)



n D

- skalár: x
- vektor: (x_1, x_2, \dots, x_n)

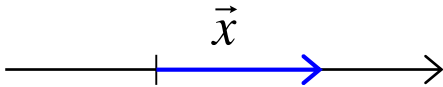
Fyzikální veličiny

Míry fyzikálních vlastností: $x = x [X]$

- **skalární** : invariantní vůči volbě souřadnicové soustavy
- **vektorové**: závisí na volbě souřadnicové soustavy

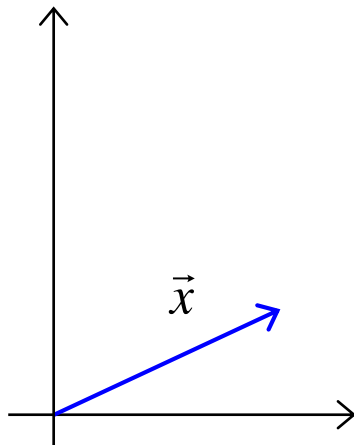
1 D

- skalár: x
- vektor: $\pm x$



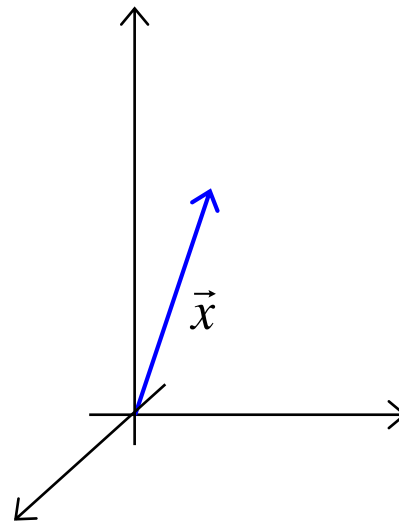
2 D

- skalár: x
- vektor: (x,y)



3 D

- skalár: x
- vektor: (x,y,z)



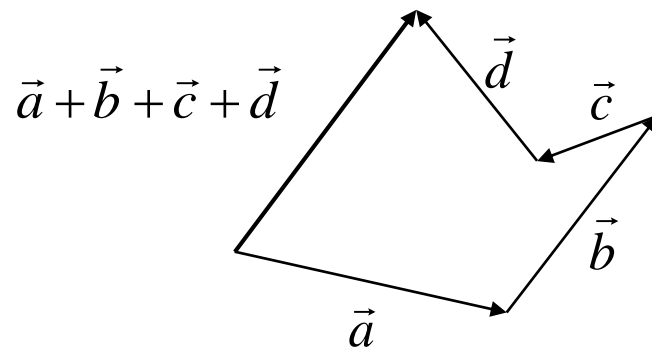
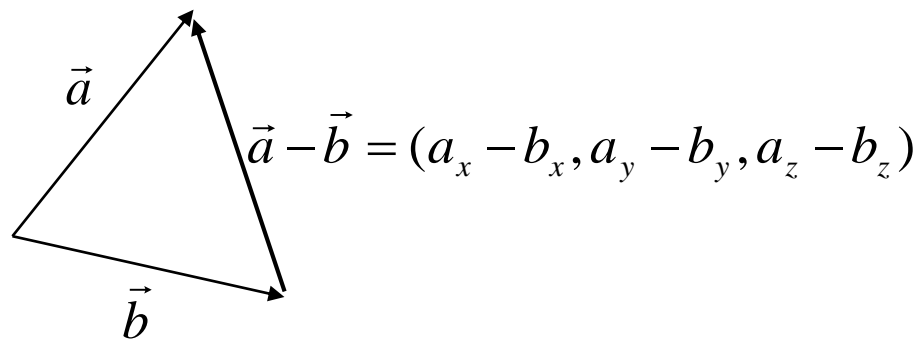
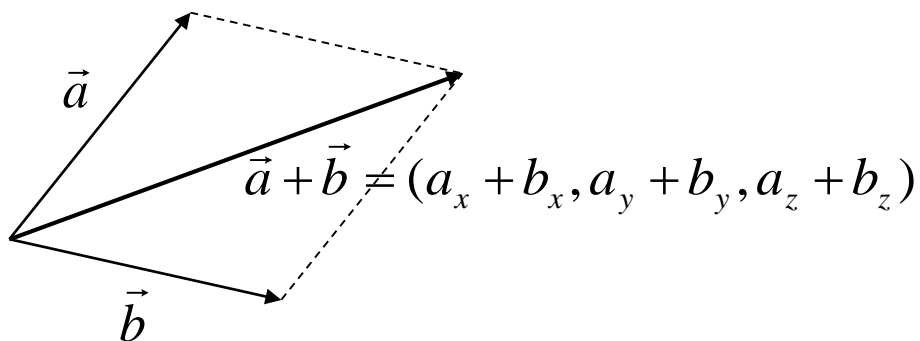
n D

- skalár: x
- vektor: (x_1, x_2, \dots, x_n)

Vektorové fyzikální veličiny

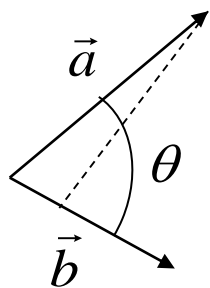
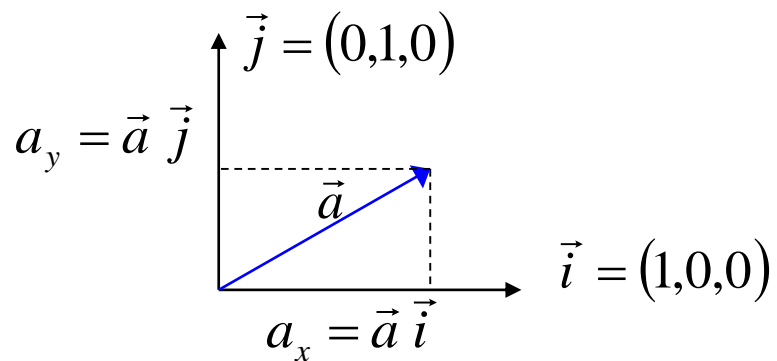
- **velikost vektoru:** $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ (skalár) často se píše: $|\vec{a}| \equiv a$

- **součet / rozdíl vektorů:**



Vektorové fyzikální veličiny

- **skalární součin:** $\vec{a} \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = ab \cos \theta$ (skalár)



velikost průmětu vektoru a do směru b :

$$\frac{\vec{a} \vec{b}}{|\vec{b}|} = a \cos \theta$$

Vektorové fyzikální veličiny

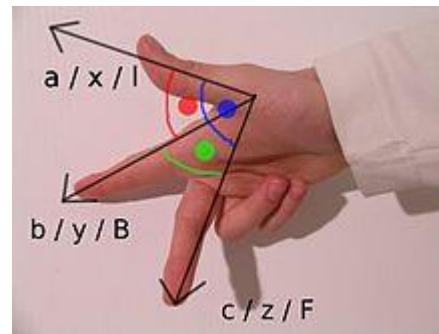
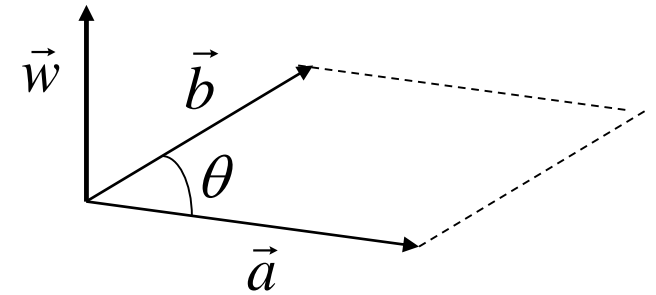
• vektorový součin v 3D:

$$\vec{w} \equiv \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_x)$$

(vektor kolmý na \vec{a} a \vec{b}) $\vec{w} \cdot \vec{a} = 0$ $\vec{w} \cdot \vec{b} = 0$

$$|\vec{w}| \equiv w = ab \sin \theta$$

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{w}$ tvoří pravotočivý systém



Kartézská soustava souřadnic

- K číselnému vyjádření polohy tělesa používáme soustavy souřadnic spojené se vztažným tělesem.
- Podle symetrie popisovaných pohybů lze volit různé souřadné systémy.
- Nejčastěji používáme pravoúhlý (kartézský) systém, tvořený třemi navzájem kolnými rovinami, které se protínají v pravoúhlých osách x , y , z .
- Průsečík těchto os O nazýváme počátkem vztažné soustavy souřadnic.



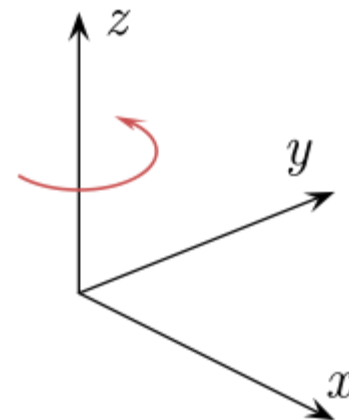
jednotkové vektory ve směru
souřadnicových os

$$\vec{i} = (1,0,0)$$

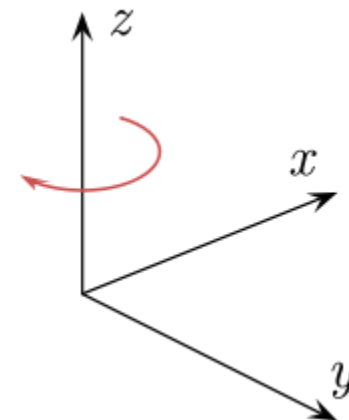
$$\vec{j} = (0,1,0)$$

$$\vec{k} = (0,0,1)$$

Pravotočivá



Levotočivá



Kartézská soustava souřadnic

- ortonormální báze

$$\vec{i} = (1,0,0)$$

$$\vec{j} = (0,1,0)$$

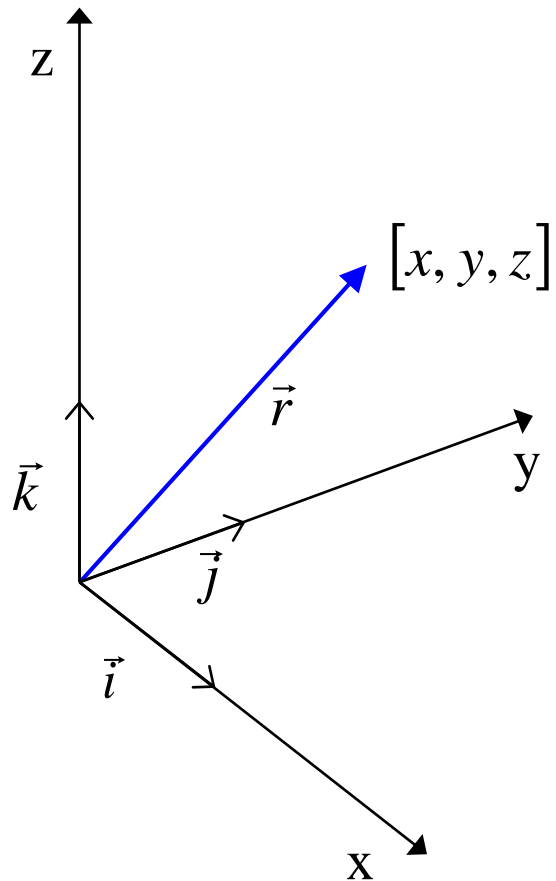
$$\vec{k} = (0,0,1)$$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$$

$$\vec{i} \cdot \vec{k} = 0$$

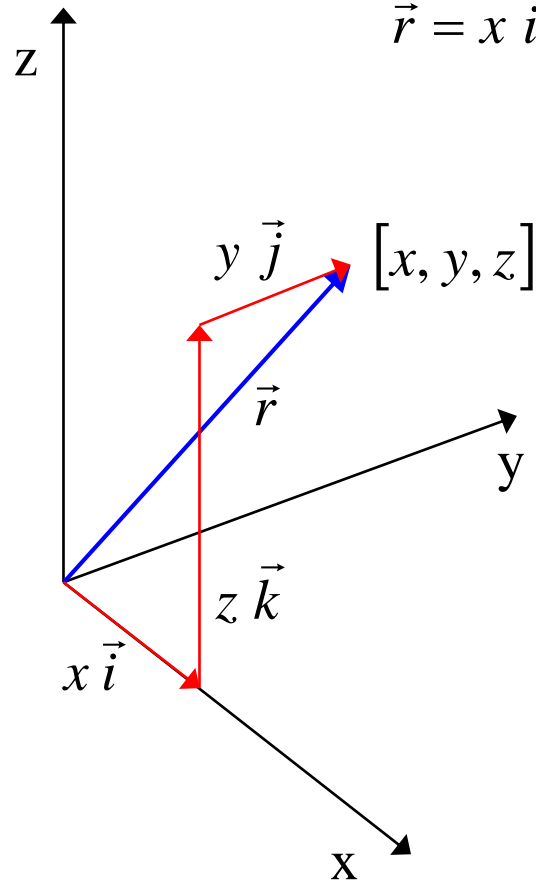
$$\vec{j} \cdot \vec{k} = 0$$



Kartézská soustava souřadnic

- polohový (radius) vektor

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} = (x, y, z)$$



velikost polohového vektoru:

$$r \equiv |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Kartézská soustava souřadnic

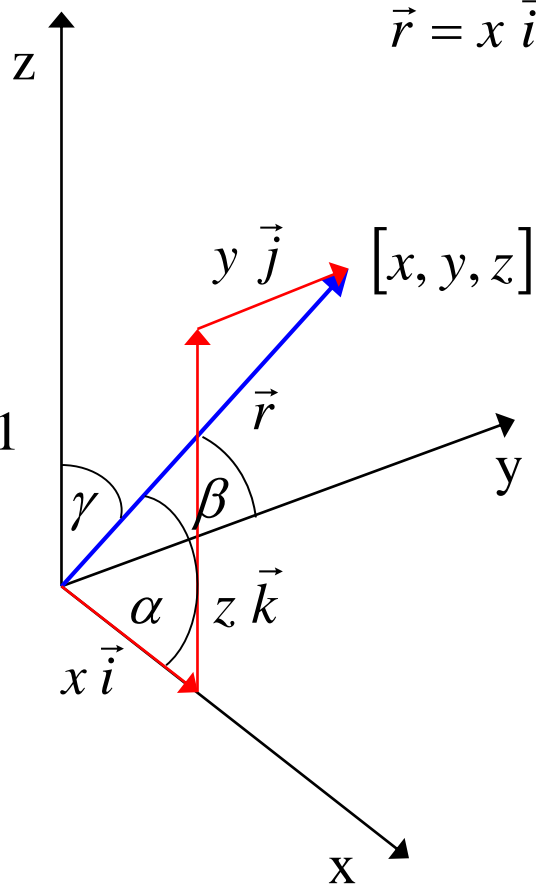
směrové kosiny:

$$\vec{r} \vec{i} = x = r \cos \alpha$$

$$\vec{r} \vec{j} = y = r \cos \beta$$

$$\vec{r} \vec{k} = z = r \cos \gamma$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$



• polohový (radius) vektor

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k} = (x, y, z)$$

velikost polohového vektoru:

$$r \equiv |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Obecné souřadnice

- kartézské souřadnice: x, y, z
- obecné souřadnice: q_1, q_2, q_3

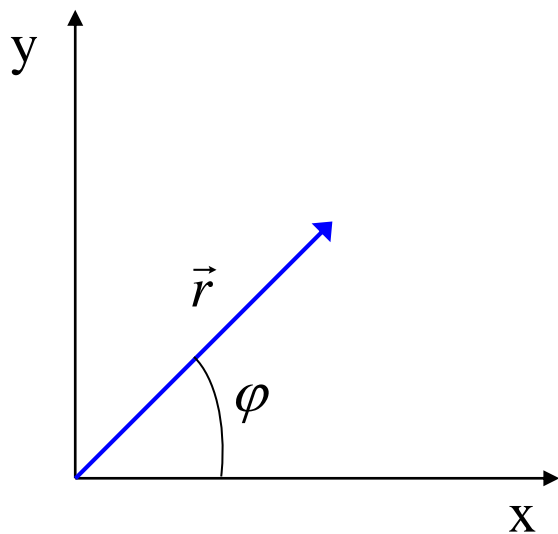
$$x = x(q_1, q_2, q_3) \qquad q_1 = q_1(x, y, z)$$

$$y = y(q_1, q_2, q_3) \qquad q_2 = q_2(x, y, z)$$

$$z = z(q_1, q_2, q_3) \qquad q_3 = q_3(x, y, z)$$

Polární souřadnice

- kartézské souřadnice: x, y
- obecné souřadnice: r, φ



$$x = r \cos \varphi$$

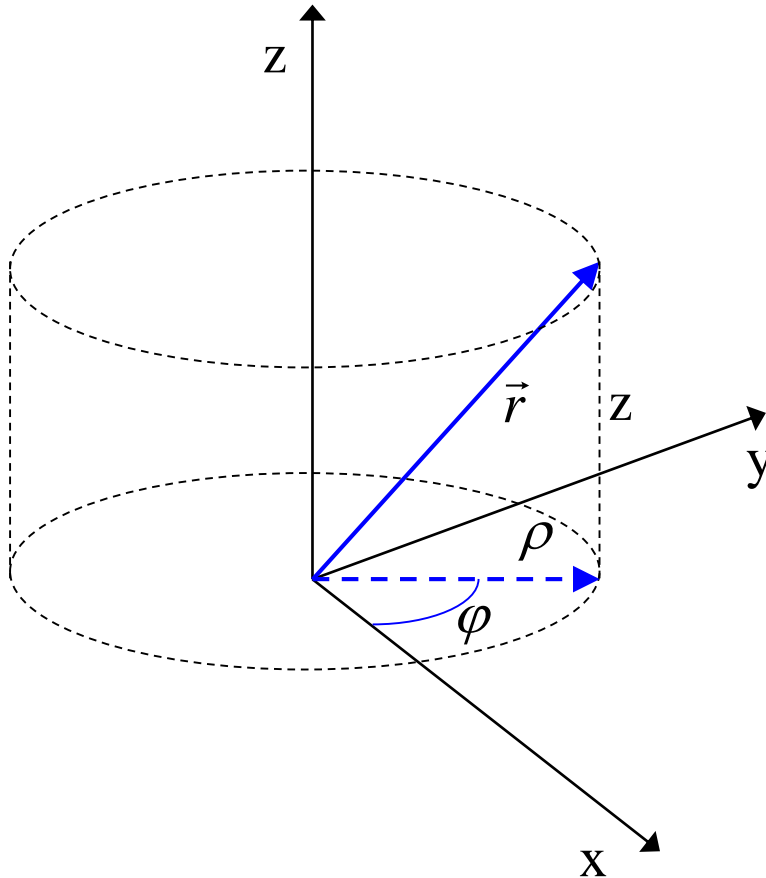
$$y = r \sin \varphi$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

Cylindrická soustava souřadnic

- kartézská soustava souřadnic: x, y, z
- cylindrická (válcová) soustava souřadnic: ρ, φ, z



$$x = \rho \cos \varphi$$

$$y = \rho \sin \varphi$$

$$z = z$$

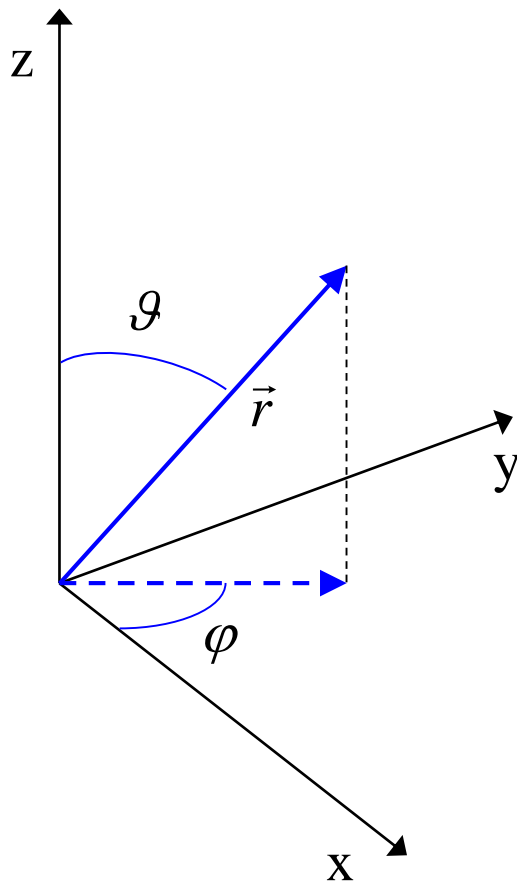
$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

$$z = z$$

Sférická soustava souřadnic

- kartézská soustava souřadnic: x, y, z
- sférická soustava souřadnic: r, ϑ, φ



$$x = r \sin \vartheta \cos \varphi$$

$$y = r \sin \vartheta \sin \varphi$$

$$z = r \cos \vartheta$$

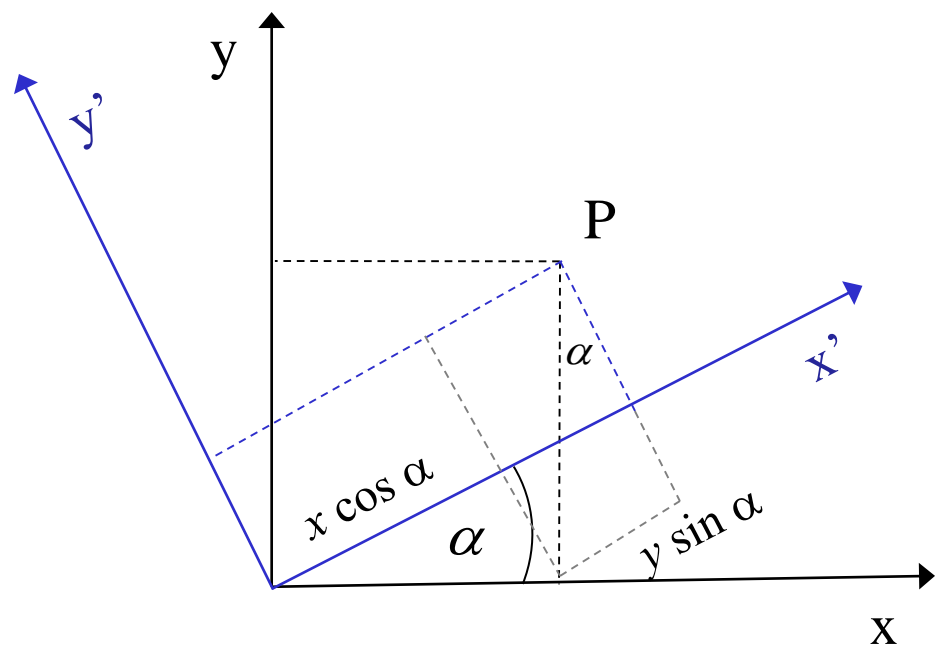
$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\vartheta = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

Transformace souřadnic – otočení v rovině

- kartézská soustava souřadnic: x, y
- kartézská soustava otočená kolem osy z : x', y'



$$x' = x \cos \alpha + y \sin \alpha$$

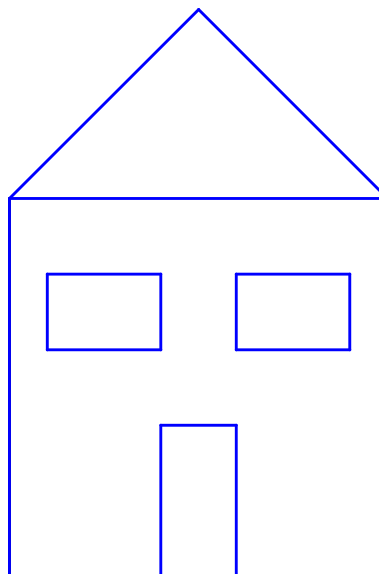
$$y' = -x \sin \alpha + y \cos \alpha$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

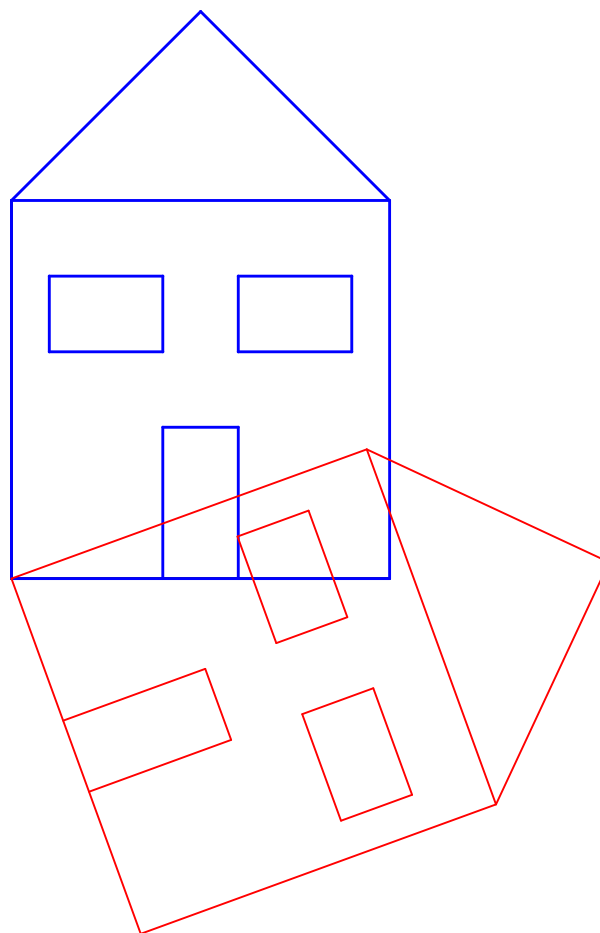
$$X' = AX$$

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Transformace souřadnic – otočení v rovině



Transformace souřadnic – otočení v rovině



$$x' = x \cos \alpha + y \sin \alpha$$

$$y' = -x \sin \alpha + y \cos \alpha$$

Transformace souřadnic – otočení v prostoru

- kartézská soustava souřadnic: x, y, z
- otočení kolem osy \boldsymbol{o} o úhel α $\vec{o} = (o_1, o_2, o_3)$ $o_1^2 + o_2^2 + o_3^2 = 1$

$$X' = AX$$

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha + o_1^2(1 - \cos \alpha) & o_1 o_2(1 - \cos \alpha) - o_3 \sin \alpha & o_1 o_3(1 - \cos \alpha) + o_2 \sin \alpha \\ o_1 o_2(1 - \cos \alpha) + o_3 \sin \alpha & \cos \alpha + o_2^2(1 - \cos \alpha) & o_2 o_3(1 - \cos \alpha) - o_1 \sin \alpha \\ o_1 o_3(1 - \cos \alpha) - o_2 \sin \alpha & o_2 o_3(1 - \cos \alpha) + o_1 \sin \alpha & \cos \alpha + o_3^2(1 - \cos \alpha) \end{pmatrix}$$

Transformace souřadnic – obecně

- původní soustava souřadnic: x_1, x_2, x_3
- nová soustava souřadnic: x_1', x_2', x_3'

$$x_i' = \sum_{j=1}^3 a_{ij} x_j$$

$$X' = AX$$

- **skalár** je veličina invariantní při transformaci souřadnic: $S(x') = S(x)$
- **vektor** je trojice veličin $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$, která se při transformaci souřadnic transformuje jako souřadnice:

$$v_i' = \sum_{j=1}^3 a_{ij} v_j$$